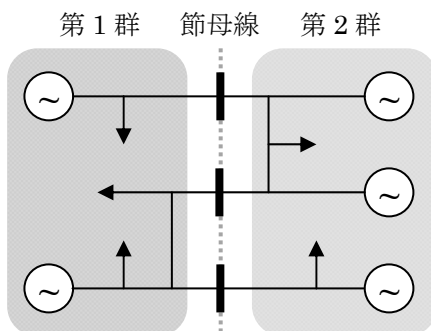


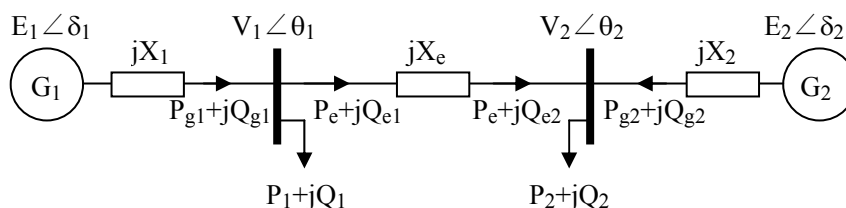
付録

付録1. 無限大母線を仮定してよい理由

電力系統解析では小系統側を1機1負荷で、大系統側を無限大母線で模擬することが多い。大系統といえども大きさは無限ではない。それでは、小系統側に較べてどのくらい大きければ無限大母線と見ることができるのだろうか。この疑問に答えている文献が見当たらないので、著者なりに考えてみた結果を紹介する。事例として最も複雑な解析を要する動態不安定現象をとる。動態不安定現象は付図 1.1 のように大規模連系系統における2発電機群の間の動揺として現れる。ゆえにこの現象を表現する最も簡単なモデルは付図 1.2 に示すように2機2負荷で構成される。発電機は手計算で可能なように、最も簡単な過渡リアクタンス背後電圧で表現する。



付図 1.1 系統間動揺の構造



付図 1.2 系統間動揺のモデル

付図 1.2 のモデルは次の手順で構築できる。

- ① 詳細系統においてモーダル解析または時間領域のシミュレーションを実施する。
- ② 各発電機を互いに逆相の動揺ベクトルを有する2群に分類する。
- ③ 動揺の節に当たる点に節母線を設け、複数の節母線がある場合にはこれらを連結する。
- ④ 連結節母線から両群を見たときの縮約系統を作成し、節母線にて結合する。

付図 1.2 において各有効・無効電力は以下のように各ノード電圧ベクトルの大きさと位相によって表現できる。(for $i=1,2$)

$$\left. \begin{aligned} P_{gi} &= \frac{E_i V_i \sin(\delta_i - \theta_i)}{X_i}, & Q_{gi} &= \frac{E_i V_i \cos(\delta_i - \theta_i) - V_i^2}{X_i} \\ P_e &= \frac{V_1 V_2 \sin(\theta_1 - \theta_2)}{X_e}, & Q_{e1} &= \frac{V_1^2 - V_1 V_2 \cos(\theta_1 - \theta_2)}{X_e}, & Q_{e2} &= \frac{V_1 V_2 \cos(\theta_2 - \theta_1) - V_2^2}{X_e} \end{aligned} \right\} \text{(付 1.1)}$$

有効・無効電力の電圧感応度を次のように仮定する。これは静的表現である。

$$P_i = P_{i0} V_i^\alpha, \quad Q_i = Q_{i0} V_i^\beta \quad (\text{for } i=1,2) \quad (\text{付 1.2})$$

変数として動作点のまわりの微小変化分をとる。有効・無効電力のバランス条件から(付 1.3)式が得られる。

$$\left. \begin{aligned} \Delta P_{g1} - \Delta P_1 - \Delta P_e &= 0, & \Delta Q_{g1} - \Delta Q_1 - \Delta Q_{e1} &= 0 \\ \Delta P_{g2} - \Delta P_2 + \Delta P_e &= 0, & \Delta Q_{g2} - \Delta Q_2 + \Delta Q_{e2} &= 0 \end{aligned} \right\} (\text{付 1.3})$$

(付 1.1), (付 1.2)式を(付 1.3)式に代入すれば, $\Delta\theta_i$ および ΔV_i は $\Delta\delta_i$ および ΔE_i の関数として(付 1.4)式のように表現される。

$$\begin{pmatrix} \Delta\theta_1 \\ \Delta\theta_2 \\ \Delta V_1/V_1 \\ \Delta V_2/V_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{13} & A_{14} \\ A_{21} & A_{22} & A_{23} & A_{24} \\ A_{31} & A_{32} & A_{33} & A_{34} \\ A_{41} & A_{42} & A_{43} & A_{44} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Delta\delta_1 \\ \Delta\delta_2 \\ \Delta E_1/E_1 \\ \Delta E_2/E_2 \end{pmatrix} \quad (\text{付 1.4})$$

(付 1.1), (付 1.2), (付 1.4)式から ΔP_i および ΔV_i は $\Delta\delta_1 - \Delta\delta_2$ の関数として(付 1.5)式のように表現される。ここで留意すべきは $B_{11} + B_{12} = 0$ であることで, 従って, ΔP_i および ΔV_i は $\Delta\delta_1 - \Delta\delta_2$ の関数として表現される。

$$\begin{pmatrix} \Delta P_{g1} \\ \Delta P_{g2} \\ \Delta V_1/V_1 \\ \Delta V_2/V_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} B_{11} & B_{12} & B_{13} & B_{14} \\ B_{21} & B_{22} & B_{23} & B_{24} \\ B_{31} & B_{32} & B_{33} & B_{34} \\ B_{41} & B_{42} & B_{43} & B_{44} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Delta\delta_1 \\ \Delta\delta_2 \\ \Delta E_1/E_1 \\ \Delta E_2/E_2 \end{pmatrix} \quad (\text{付 1.5})$$

第 i 群の発電機容量の総和を P_{0i} とし, 各発電機の慣性は自己容量ベースで等しいと仮定すると, 2 群間の動揺方程式は(付 1.6)式のように表現される。

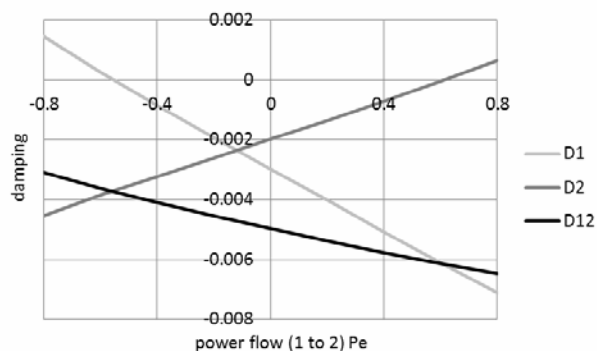
$$(Ms^2 + Ds) \frac{\Delta\delta_1}{\omega_0} = - \frac{\Delta P_{g1}}{P_{01}}, \quad (Ms^2 + Ds) \frac{\Delta\delta_2}{\omega_0} = - \frac{\Delta P_{g2}}{P_{02}} \quad (\text{付 1.6})$$

(付 1.6)式の 2 式の差をとれば(付 1.7)式のように 1 つの式に合成できる。

$$(Ms^2 + Ds) \frac{\Delta\delta_1 - \Delta\delta_2}{\omega_0} = - \frac{\Delta P_{g1}}{P_{01}} + \frac{\Delta P_{g2}}{P_{02}} \quad (\text{付 1.7})$$

(付 1.4), (付 1.5), (付 1.7)式から付図 1.3 が得られる。ここに $-F_i(s)$ は第 i 群の発電機の平均的な励磁装置の伝達関数である。係数 K_{ij} は次のように計算できる。

$$\left. \begin{aligned} K_{21} &= \frac{B_{13}}{P_{01}} - \frac{B_{23}}{P_{02}}, & K_{51} &= B_{31}, & K_{11} &= \frac{B_{11}}{P_{01}} - \frac{B_{21}}{P_{02}} \\ K_{22} &= \frac{B_{14}}{P_{01}} - \frac{B_{24}}{P_{02}}, & K_{52} &= B_{41} \end{aligned} \right\} (\text{付 1.8})$$



付図 1.4 連系線潮流と制動力(容量比2:3)

【第1群と第2群の発電機容量比が1:4のとき】

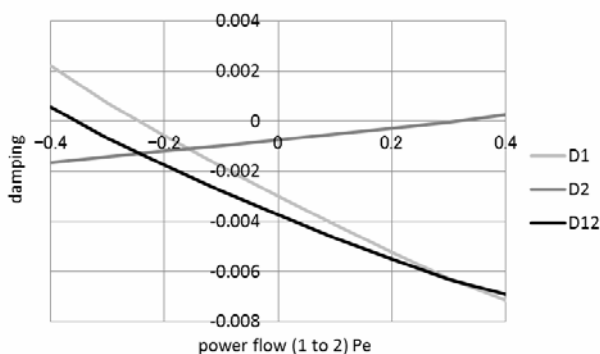
計算結果を付図 1.5 に示す。連系線潮流は負荷を変えて調整した。用いた定数は次のとおり。

$$X_1 = 0.45, \quad X_e = 2.0, \quad X_2 = 0.1125, \quad E_1 = V_1 = V_2 = E_2 = 1.0,$$

$$P_{g1} = 1, \quad P_{g2} = 4, \quad P_{01} = 1, \quad P_{02} = 4, \quad \alpha = 1, \quad \beta = 2, \quad P_1 + P_2 = 5,$$

$$\text{AVR: } G = 30, \quad T = 0.3 \text{ 秒}, \quad \text{動揺周波数: } \omega_s = 2\pi * 0.5\text{Hz}$$

前例より非対称は強くなり、 D_2 の変化は D_1 の変化に比べてずっと小さい。すなわち第 2 群は全系の制動にほとんど影響しない。ゆえに第 2 群は近似的に無限大母線と見なすことができる。全系の制動はほとんど小さい方の系統 1 の性格によって決定される。動態安定度の解析は 1 機 1 負荷無限大母線系統上で行われることが多いのであるが、本節での解析はその正当性を追認している。



付図 1.5 連系線潮流と制動力(容量比1:4)

付録2. 同期機の基本式

過渡安定度では発電機を過渡リアクタンス背後の電圧源として扱うことができるが、動態安定度ではどうしても界磁巻線まで考慮したモデルを用いる必要がある。制動巻線の制動力は一括して係数 D として扱うことができる。現在一般的に用いられている Park のモデルは制動巻線まで模擬しているが、電機子・界磁・制動の3巻線のうち2つだけに鎖交する磁束はないとしており、その物理的証明はなされていない。界磁巻線までを模擬した同期機モデルは Kimbark に詳しいが、最後に同期機の基本式を導く段になって説明が省略されている。本付録ではそこを補って読者の理解に役立ちたいと思う。

【直軸と横軸】 同期機には誘導機と違って磁極がある。従って磁極の方向（直軸という）と、磁極と磁極の間の方向（横軸という）では特性が違ふ。直軸磁束は界磁磁束の影響を受けるが横軸磁束は界磁磁束の影響を受けない。また同期機には凸極性があり（特に水車発電機）、直軸と横軸では同期機定数が大幅に異なる。これらの理由により直軸と横軸に分けて論じる必要がでてくる。

磁束鎖交、電圧、電流は複素ベクトルとして次のように定義する。

$$\mathbf{V}_t = V_d + j V_q \quad (\text{付 2.1})$$

$$\mathbf{I} = I_d + j I_q \quad (\text{付 2.2})$$

$$\Psi = \Psi_d + j \Psi_q \quad (\text{付 2.3})$$

同期機の表現で座標軸（我々が同期機を観察する視点）を電機子（固定子）の上にとると、磁極が回転しているので、 a, b, c 各相のインダクタンスは磁極の位置 θ の関数になる。我々は既に学習している電気回路理論を応用したいのであるが、インダクタンスが定数でないということは計算に大変な苦勞を要求する。そこで座標軸を磁極（回転子）の上にとってみる。すると直軸・横軸インダクタンスは回転子位置に関係なく常に一定の値になる。この座標変換を発案者の名をとって Park の式とよんでいる。

【変圧器起電力と速度起電力】 ファラデーの電磁誘導の法則によってコイルに鎖交する磁束の時間的変化はコイルに起電力を誘起する。あるいはインダクタンス L のコイルに流れる電流 I の時間的変化はコイルに起電力を誘起する。磁束鎖交は $\Psi = L I$ であるから、電磁誘導は次のように表現できる。

$$V = L \frac{dI}{dt} \quad \text{もしくは} \quad V = \frac{d\Psi}{dt} \quad (\text{付 2.3})$$

それゆえ (付 2.3) 式を時間微分すれば起電力が得られるとするのは早計だ。座標軸が回転していることを忘れていた。そこで磁極の位置を θ として回転 $e^{j\theta}$ を乗算することで表現しよう。すると磁束鎖交と電圧の関係は（以下、時間微分の表現はラプラス演算子 s を用いる）

$$(V_d + jV_q) e^{j\theta} = s\{(\Psi_d + j\Psi_q) e^{j\theta}\} = s(\Psi_d + j\Psi_q) e^{j\theta} + j(\Psi_d + j\Psi_q) e^{j\theta} s\theta$$

から、

$$V_d = s\Psi_d - \Psi_q s\theta \quad (\text{付 2.4})$$

$$V_q = s\Psi_q + \Psi_d s\theta \quad (\text{付 2.5})$$

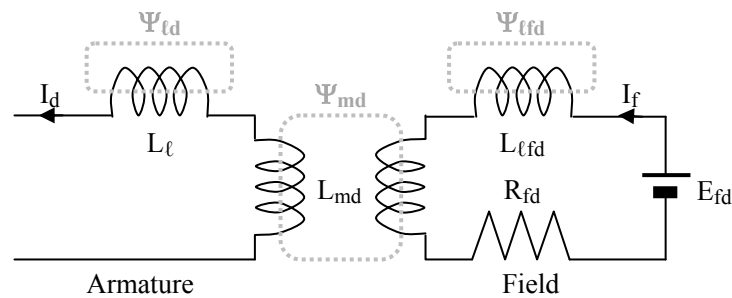
となる。(付 2.4), (付 2.5)式の右辺第一項は同期機が回転していても現れる成分で、これを「変圧器起電力」とよんでいる。右辺第二項は同期機が回転していることによって現れる成分で、これを「速度起電力」とよんでいる。両者の大きさを比較すると速度起電力の方が圧倒的に大きい。ゆえに多くの場合、

$$V_d = -\Psi_q s\theta \quad (\text{付 2.4'})$$

$$V_q = \Psi_d s\theta \quad (\text{付 2.5'})$$

としている。

【等価回路】 さて、同期機の直軸回路はしばしば 付図 2.1 の等価回路で表現される。界磁回路と電機子回路は誘導的に結合しており、その相互インダクタンスが L_{md} 、共通の磁束が Ψ_{md} である。界磁電流 I_f が作る磁束はその全部が電機子と鎖交するのではなく、一部は界磁もれ磁束 Ψ_{ffd} を作る。同様に直軸電流 I_d も直軸漏れ磁束 Ψ_{fd} を作る。なお、電機子は磁極と違って対称に作られるから、漏れインダクタンスにおいて直軸と横軸の差はない。この等価回路は座標軸を磁極にとっているから、電機子側の磁束鎖交・電圧・電流は定格周波数の交流ではなく直流に見える。



付図 2.1 同期機直軸の等価回路

磁束鎖交はインダクタンスと電流の積であるから、この等価回路では次のようになる。

$$\Psi_{md} = L_{md} (I_f - I_d)$$

$$\Psi_{fd} = L_{fd} I_f$$

$$\Psi_l = -L_l I_d$$

ここで I_d の項に負号がつくのは、発電機を想定するからであり、電流が外部へ流出する方向を正とするためである。

電機子の直軸に鎖交する磁束 Ψ_d は Ψ_l と Ψ_{md} の和である。つまり次の通り。

$$\Psi_d = \Psi_l + \Psi_{md} = -L_l I_d + L_{md} (I_f - I_d)$$

一方、直軸同期インダクタンスは

$$L_d = L_{md} + L_l$$

であるから、直軸磁束鎖交は次のように書ける。

$$\Psi_d = L_{md} I_f - L_d I_d \quad (\text{付 2.6})$$

横軸にはついては界磁電流の影響がないから、次のように書ける。

$$\Psi_q = -L_q I_q \quad (\text{付 2.7})$$

界磁回路に鎖交する磁束 Ψ_{fd} は $\Psi_{\ell fd}$ と Ψ_{md} の和である。つまり、

$$\Psi_{fd} = L_{\ell fd} I_f + L_{md} (I_f - I_d)$$

また界磁回路の開路インダクタンスは

$$L_{fd} = L_{\ell fd} + L_{md}$$

であるから、界磁鎖交磁束は次のようにも書ける。

$$\Psi_{fd} = L_{fd} I_f - L_{md} I_d \quad (\text{付 2.8})$$

界磁電圧 E_{fd} は界磁回路の抵抗分 R_{fd} による電圧降下と界磁磁束鎖交の時間的変化の和であるから、次のように書ける。

$$E_{fd} = R_{fd} I_f + s\Psi_{fd} \quad (\text{付 2.9})$$

【電流と磁束の式】 ここで単位法を導入する。単位法の基準量は次のものをとると計算が楽になる。

端子電圧	は	定格端子電圧	V_{t0}
電機子電流	は	定格電流	I_0
回転速度	は	定格回転速度	ω_0
界磁電流	は	無負荷定格電圧時の値	I_{f0}
界磁電圧	は	無負荷定格電圧時の値	E_{fd0}
電機子磁束	は	無負荷定格電圧時の直軸の値	Ψ_{d0}

(無負荷時は $I_q = 0$ ゆえ横軸磁束はゼロであるから) 無負荷、定格速度、定格電圧で運転している状態での磁束・電圧・電流の関係式は次のようになる。

$$V_{t0}/\omega_0 = \Psi_{d0} = \Psi_{md0} = L_{md} I_{f0} \quad (\text{付 2.10})$$

(注) $\Psi_{d0} = \Psi_{\ell 0} + \Psi_{md0}$ であるが $I_{d0} = 0$ ゆえ $\Psi_{\ell 0} = 0$ である。

$$\Psi_{fd0} = L_{fd} I_{f0} \quad (\text{付 2.11})$$

$$E_{fd0} = R_{fd} I_{f0} = R_{fd} \Psi_{fd0}/L_{fd} \quad (\text{付 2.12})$$

(付 2.6)式を(付 2.10)式で割ると次のようになる。

$$\frac{\Psi_d}{\Psi_{d0}} = \frac{L_{md} I_f}{L_{md} I_{f0}} = \frac{L_d I_d}{V_{t0}/\omega_0} = \frac{I_f}{I_{f0}} = \frac{\omega_0 L_d}{V_{t0}/I_0} * \frac{I_d}{I_0} \quad (\text{付 2.13})$$

ここで Ψ_d/Ψ_{d0} は 単位法表示の直軸磁束鎖交 Ψ_d
 I_f/I_{f0} は 単位法表示の界磁電流 i_f
 I_d/I_0 は 単位法表示の直軸電流 i_d
 $\frac{\omega_0 L_d}{V_{t0}/\omega_0}$ は 単位法表示の直軸同期リアクタンス x_d

のことであるから，(付 2.13)式は次のように書ける。

$$\Psi_d = i_f - x_d i_d \quad (\text{付 2.14})$$

(付 2.7)式を(付 2.10)式で割ると次のようになる。

$$\frac{\Psi_q}{\Psi_{d0}} = - \frac{L_q I_q}{V_{t0}/\omega_0} = - \frac{\omega_0 L_q}{V_{t0}/I_0} * \frac{I_q}{I_0} \quad (\text{付 2.15})$$

ここで Ψ_q/Ψ_{d0} は 単位法表示の横軸磁束鎖交 Ψ_q
 I_q/I_0 は 単位法表示の横軸電流 i_q

$$\frac{\omega_0 L_q}{V_{t0}/I_0} \quad \text{は 単位法表示の横軸同期リアクタンス} \quad x_q$$

のことであるから，(付 2.15)式は次のように書ける。

$$\Psi_q = - x_q i_q \quad (\text{付 2.16})$$

(付 2.8)式を(付 2.10)式で割ると次のようになる。

$$\frac{\Psi_{fd}}{\Psi_{md0}} = \frac{L_{fd} I_f}{L_{md} I_{f0}} - \frac{L_{md} I_d}{V_{t0}/\omega_0} \quad (\text{付 2.17})$$

ここで

$$I_{f0} = \frac{\Psi_{md0}}{L_{md}} = \frac{\Psi_{fd0}}{L_{fd}}$$

であることに留意すれば，(付 2.17)式は次のように書ける。

$$\frac{\Psi_{fd} L_{fd}}{L_{d0} L_{md}} = \frac{L_{fd} I_f}{L_{md} I_{f0}} - \frac{L_{md} I_d}{V_{t0}/\omega_0}$$

$$\therefore \frac{\Psi_{fd}}{\Psi_{fd0}} = \frac{I_f}{I_{f0}} - \frac{\omega_0 L_{md}^2 I_d}{L_{fd} V_{t0}} \quad (\text{付 2.18})$$

また，直軸過渡インダクタンス L_d' については

$$L_d' = L_\ell + \frac{L_{md} L_{\ell fd}}{L_{md} + L_{\ell fd}}$$

$$\therefore L_d - L_d' = L_{md} - \frac{L_{md} L_{\ell fd}}{L_{md} + L_{\ell fd}} = \frac{L_{md}^2}{L_{md} + L_{\ell fd}} \quad (\text{付 2.19})$$

であり、(付 2.19)式を(付 2.18)式に代入すれば次の結果が得られる。

$$\frac{\Psi_{fd}}{\Psi_{fd0}} = \frac{I_f}{I_{f0}} - \frac{\omega_0 (L_d - L_d')}{V_{t0}/I_0} * \frac{I_d}{I_0} \quad (\text{付 2.20})$$

ここで	$\frac{\Psi_{fd}}{\Psi_{fd0}}$	は 単位法表示の界磁磁束鎖交	Ψ_{fd}
	$\frac{I_f}{I_{f0}}$	は 単位法表示の界磁電流	i_f
	$\frac{\omega_0 L_d}{V_{t0}/I_0}$	は 単位法表示の直軸同期リアクタンス	x_d
	$\frac{\omega_0 L_d'}{V_{t0}/I_0}$	は 単位法表示の直軸過渡リアクタンス	x_d'

であるから、(付 2.20)式は次のようになる。

$$\Psi_{fd} = i_f - (x_d - x_d') i_d \quad (\text{付 2.21})$$

(付 2.19)式を(付 2.12)式で割ると次のようになる。

$$\frac{E_{fd}}{E_{fd0}} = \frac{R_{fd} I_f}{R_{fd} I_{f0}} + \frac{s \Psi_{fd} L_{fd}}{R_{fd} \Psi_{fd0}} \quad (\text{付 2.22})$$

ここで界磁開路時定数

$$T_{do}' = \frac{L_{fd}}{R_{fd}}$$

を用いれば(付 2.22)式は次のように書ける。

$$\frac{E_{fd}}{E_{fd0}} = \frac{R_{fd} I_f}{R_{fd} I_{f0}} + T_{do}' s \frac{\Psi_{fd}}{\Psi_{fd0}} \quad (\text{付 2.23})$$

ここで	E_{fd}/E_{fd0}	は 単位法表示の界磁電圧	e_{fd}
	I_f/I_{f0}	は 単位法表示の界磁電流	i_{fd}

Ψ_{fd}/Ψ_{fd0} は 単位法表示の界磁回路鎖交磁束 Ψ_{fd}

であるから(付 2.23)式は次のようになる。

$$e_{fd} = i_f + T_{do}' s \Psi_{fd} \quad (\text{付 2.24})$$

【トルクの式】 動揺方程式は 「質量×加速度＝力」 を回転系について表現したもので、単位法で表した回転速度 n を用いて書くと次のようになる。

$$M s n = \frac{M s^2 \delta}{\omega_0} = T_m - T_e \quad (\text{付 2.25})$$

慣性の単位法表記 M は加速トルクが 1 のときに回転速度が 0 から定格回転速度まで上がるのに要する時間（秒であるから、JEC でいうところの $2H$ にほかならない）。

機械的入力トルク T_m については特に説明を必要としないだろう。電気的出力トルク T_e については若干の説明を要する。

まず、「パワー＝トルク×回転数」 であることに注意されたい。制動トルクを無視した同期機の電気的出力の有効・無効電力は次のように求められる。

$$\begin{aligned} P_e + j Q_e &= \mathbf{v}_t \mathbf{I}^* = (v_d + j v_q) (i_d - j i_q) = (v_d i_d + v_q i_q) + j (v_q i_d - v_d i_q) \\ \therefore P_e &= v_d i_d + v_q i_q \end{aligned} \quad (\text{付 2.26})$$

(付 2.4'), (付 2.5')式を単位法で表わせば

$$\begin{aligned} v_d &= -\Psi_q n \\ v_q &= \Psi_d n \end{aligned}$$

であり、また

$$P_e = T_e n$$

であるから、これらを(付 2.26)式に代入すると次のようになる。

$$T_e n = -\Psi_q n i_d + \Psi_d n i_q$$

この両辺を n で割って制動項を追加すれば、トルクの式が次のように得られる。

$$T_e = -\Psi_q i_d + \Psi_d i_q + \frac{D s \delta}{\omega_0} \quad (\text{付 2.27})$$

回転子位置 θ , 発電機内部位相角 δ , 回転速度 n , 回転速度偏差 Δn の間には次の関係がある。

$$\theta = \frac{\omega_0 t + \delta}{\omega_0} \quad (\text{付 2.28})$$

$$s\theta = 1 + \frac{s\delta}{\omega_0} = 1 + \Delta n = n \quad (\text{付 2.29})$$

【同期機の基本式】 これでは同期機の基本式がすべて求まった。結果を以下に再掲してまとめておこう。

$$\mathbf{v}_t = v_d + j v_q \quad (\text{付 2.1'})$$

$$\mathbf{i} = i_d + j i_q \quad (\text{付 2.2'})$$

$$\Psi = \psi_d + j \psi_q \quad (\text{付 2.3'})$$

$$v_d = s \psi_d - \psi_q s \theta \quad (\text{付 2.4'})$$

$$v_q = s \psi_q + \psi_d s \theta \quad (\text{付 2.5'})$$

$$\psi_d = i_f - x_d i_d \quad (\text{付 2.14})$$

$$\psi_q = -x_q i_q \quad (\text{付 2.16})$$

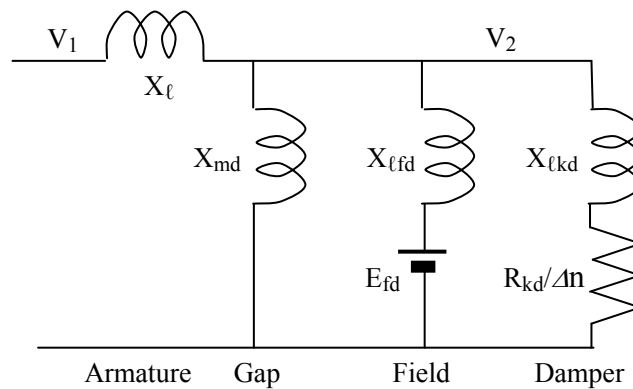
$$\psi_{fd} = i_f - (x_d - x_d') i_d \quad (\text{付 2.21})$$

$$e_{fd} = i_f + T_{do}' s \psi_{fd} \quad (\text{付 2.24})$$

$$\frac{M s \delta}{\omega_0} = T_m - T_e \quad (\text{付 2.25})$$

$$T_e = \psi_d i_q - \psi_q i_d + \frac{D s \delta}{\omega_0} \quad (\text{付 2.27})$$

【制動巻線と制動係数】 (付 2.27)式には制動係数 D を導入した。同期機の制動トルクは運転状態によって変化し、その計算は容易でないが、無負荷無励磁状態の値は誘導機の理論から算出できる。



付図 2.2 同期機の直軸等価回路

同期機の直軸等価回路を 付図 2.2 に示す。図の各リアクタンス、抵抗と同期機定数の間には次の関係がある。

$$X_d = X_\ell + X_{md} \quad (\text{付 2.28})$$

$$X_d' = X_\ell - \frac{1}{1/X_{md} + 1/X_{\ell fd}} \quad (\text{付 2.29})$$

$$X_d'' = X_\ell + \frac{1}{1/X_{md} + 1/X_{\ell fd} + 1/X_{\ell kd}} \quad (\text{付 2.30})$$

$$T_d' = \frac{1}{\omega_0 R_{kd}} \left(X_{\ell kd} + \frac{1}{1/X_{md} + 1/X_{\ell fd} + 1/X_\ell} \right) \quad (\text{付 2.31})$$

ここに ω_0 は商用周波の角周波数である。無負荷無励磁状態を想定するから $E_{fd} = 0$ である。

誘導機の理論からトルクを計算するには2次抵抗を「すべり」で割った値を用いる。ここでは減速トルクを正とするので「すべり」とは符号が逆の Δn を用いる。もし Δn が非常に小さければ $R_{kd}/\Delta n$ を含む枝は開放状態と見ることができ、2次電圧 V_2 は次のように計算できる。

$$V_2 \doteq \frac{X_d' - X_\ell}{X_d' + X_e} V_1$$

誘導機のトルクは2次入力に等しく、

$$T_k \doteq \frac{V_2^2}{R_{kd}/\Delta n}$$

である。従って $V_1^2 \doteq 1$ とすれば

$$T_k \doteq \left(V_1 \frac{X_d' - X_\ell}{X_d' + X_e} \right)^2 \frac{1}{R_{kd}} \Delta n$$

$$\therefore D = \frac{T_k}{\Delta n} \doteq \left(V_1 \frac{X_d' - X_\ell}{X_d' + X_e} \right)^2 \frac{1}{R_{kd}}$$

となる。制動係数が大きいためには

X_ℓ が小さい	即ち	V_2 が大きい
X_d' と X_d'' の差が大きい	即ち	X_{kd} が小さい
T_d'' が大きい	即ち	R_{kd} が小さい
X_e が小さい	即ち	密連系

であればよい。 R_{kd} が小さいと制動がよくなることは誘導機の比例推移の法則を想起すれば理解できよう。なお、横軸は界磁巻線にあたる部分がないとして計算すれば良い。

実際の制動係数の値は無負荷無励磁状態とは違うから、正確には制動巻線も模擬した詳細なモデルを用いて計算しなければならないが、その値は経験的に5以上である。制動係数の小さい発

電機はパワースイング（電力動揺）を生じやすい。

(例)火力機の横軸制動係数 火力機の回転子は塊状の鉄で、とりたてて制動巻線を設けてはいないが、回転子表面近くにてできる渦電流が制動巻線の働きをする。回転子全体が導体なので、Q軸であっても、表面だけでなく、D軸の界磁巻線のように大きなループで流れる成分もあり、これは制動に貢献しない。ゆえにQ軸の制動巻線を2個模擬すると過渡リアクタンス X_q' および過渡時定数 T_q' が出現する。定数は以下のとおり。

$$X_q = 1.884, \quad X_q' = 0.6, \quad X_q'' = 0.238, \quad X_\ell = 0.178, \quad T_q'' = 0.02 \text{ 秒}, \quad X_e = 0.3, \quad V_t = 0.97$$

① X_q' を考慮した場合

$$X_{md} = 1.626, \quad X_{\ell fq} = 0.56991, \quad X_{\ell kq} = 0.06994, \quad R_{kq} = 0.02581, \quad V_1 = 0.97$$

$$D \doteq \left(0.97 * \frac{0.6 - 0.178}{0.6 + 0.3} \right)^2 * \frac{1}{0.02581} = 8.01$$

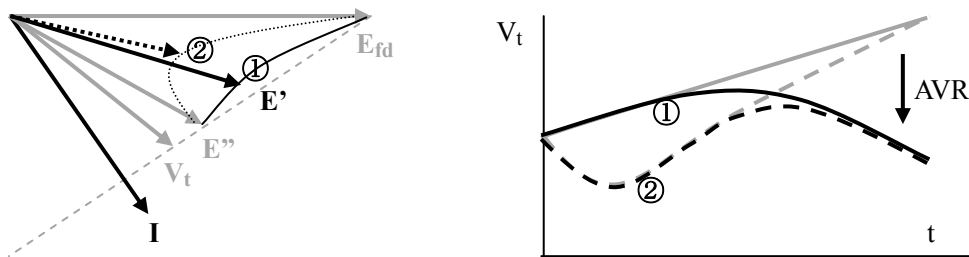
② X_q' を無視した場合

$$X_{md} = 1.626, \quad X_{\ell kq} = 0.06230, \quad R_{kq} = 0.02954, \quad V_1 = 0.97$$

$X_{\ell fd} \rightarrow \infty$ では $V_2 = V_1$ となるから

$$D \doteq \left(0.97 * \frac{1.884 - 0.178}{1.884 + 0.3} \right)^2 * \frac{1}{0.02954} = 19.43$$

X_q' を無視した場合の方が制動は大幅に良くなる。では ① と ② のどちらが正しいのだろうか。



付図 2.3 X_q' の考慮/無視と負荷遮断時の電圧推移の関係

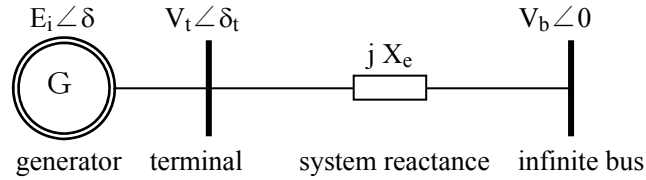
1 つのヒントとして負荷遮断時の電圧推移がある。付図 2.3 のベクトル図のように、負荷遮断直後は端子には次過渡リアクタンス ($X_d'' \doteq X_q''$) 背後電圧 E'' が現れる。その後、過渡リアクタンス背後電圧 E' へと推移し、その値は

$$E' = V_t + (X_d' I_q + X_q' I_d) + j(X_d' I_d - X_q' I_q)$$

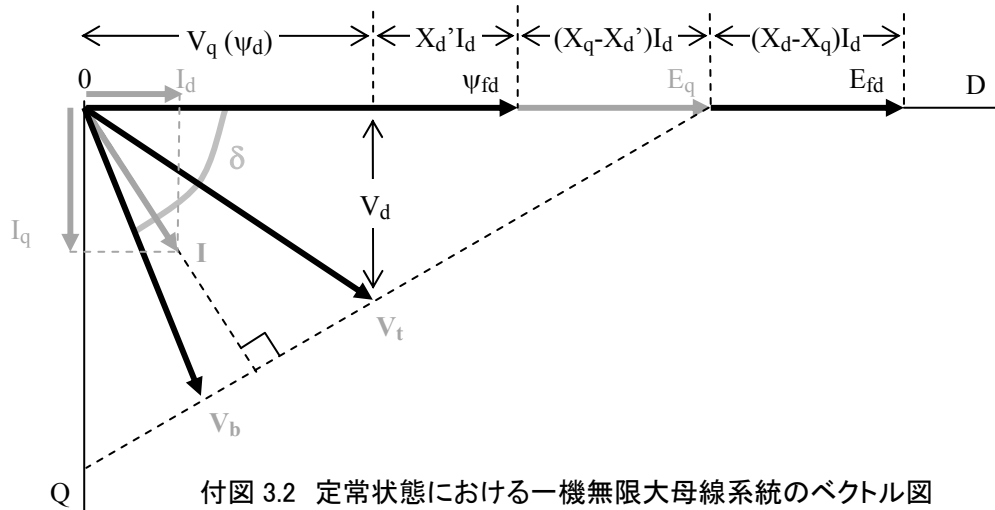
である。② の X_q' を無視する場合は上式の X_q' を X_q に置き換えればよい。 X_q' を無視すると負荷遮断直後に端子電圧の「しゃくれ」が生じるが、現実の火力機でこのような現象は観察されていない。つまり円筒機には X_q' が存在していると考えた方がよい。 X_q' を考慮すると制動が悪くなる。これは既に図 6.1 に事例を紹介した。

付録3. 一機無限大母線系統

【一機無限大母線系統のブロック図】 部分系統を適切に縮約すれば、主系統・電源・負荷をY結線した形になる。一機無限大母線系統は、付図 3.1 のとおり、負荷を無限大母線に繰り入れている。これでは動態安定度を正しく評価できないのは当然であるが、Heffron - Philips, de Mello - Concordia が近代的系統解析を拓いた歴史的業績ゆえ、また後述のとおり、動作点のまわりに線形化する前のモデルには実用的な用途もあるので、その技法を詳細に記述しておく。



付図 3.1 一機無限大母線系統



付図 3.2 定常状態における一機無限大母線系統のベクトル図

付図 3.1 の同期機のベクトル図を付図 3.2 に示す。ここでは横軸リアクタンス背後電圧 E_q なる仮想的電圧を導入している。位相差角 δ は E_q と V_b のなす角度である。すると、

$$E_q = \psi_{fd} + (X_q - X_d') I_d$$

$$\mathbf{I} = I_d + j I_q = \frac{\mathbf{E}_q - \mathbf{V}_b}{j(X_e + X_q)} = \frac{j E_q - V_b (\sin \delta + j \cos \delta)}{j(X_e + X_q)}$$

$$= \frac{\psi_{fd} + (X_q - X_d') I_d - V_b \cos \delta + j V_b \sin \delta}{X_e + X_q} \quad (\text{付 3.1})$$

が得られ、(付 3.1)式の実部・虚部を整理して次の関係を得る。

$$I_d = \frac{\psi_{fd} - V_b \cos \delta}{X_e + X_d'} \quad (\text{付 3.2})$$

$$I_q = \frac{V_b \sin \delta}{X_e + X_q} \quad (\text{付 3.3})$$

【微小外乱に対する線型化】 動態安定度は微小外乱に対する系の応答を論ずるものである。付図 3.3 のブロック図における微小外乱に対する応答は、動作点のまわりにおける各変数の微小変化分間の関係を求めればよい。これは以下ようになる。{ } 内の諸量は他より非常に小さいので無視する。動作点の諸量には添字 0 を付す。これらは定数である。また無限大母線電圧 V_b は当然、定数である。

電機子回路については

$$\Delta V_d = \{ s \Delta \psi_d \} - \Delta \psi_q - \{ \psi_q s \Delta \delta \} \quad (\text{付 3.6})$$

$$\Delta V_q = \{ s \Delta \psi_q \} - \Delta \psi_d - \{ \psi_d s \Delta \delta \} \quad (\text{付 3.7})$$

$$\Delta \psi_d = \Delta I_f - X_d \Delta I_d \quad (\text{付 3.8})$$

$$\Delta \psi_q = -X_q \Delta I_q \quad (\text{付 3.9})$$

ベクトル図から

$$V_t = V_d + jV_q = V_b + jX_e I = V_b \sin \delta + j \cos \delta + jX_e (I_d + jI_q)$$

$$\therefore V_d = V_b \sin \delta - X_e I_q \quad (\text{付 3.10})$$

$$V_q = V_b \cos \delta + X_e I_d \quad (\text{付 3.11})$$

であり、その微小変化分は、

$$\Delta V_d = V_b \cos \delta_0 \Delta \delta - X_e \Delta I_q \quad (\text{付 3.12})$$

$$\Delta V_q = -V_b \sin \delta_0 \Delta \delta + X_e \Delta I_d \quad (\text{付 3.13})$$

端子電圧については

$$V_t^2 = V_d^2 + V_q^2$$

の微小変化分をとれば、

$$2V_{t0} \Delta V_t = 2V_{d0} \Delta V_d + 2V_{q0} \Delta V_q$$

$$\therefore \Delta V_t = \frac{V_{d0}}{V_{t0}} \Delta V_d + \frac{V_{q0}}{V_{t0}} \Delta V_q \quad (\text{付 3.14})$$

界磁回路については

$$\Delta \psi_{fd} = \Delta I_f - (X_d - X_d') \Delta I_d \quad (\text{付 3.15})$$

$$\Delta E_{fd} = \Delta I_f + T_{do}' s \Delta \psi_{fd} \quad (\text{付 3.16})$$

運動方程式は(付 2.15), (付 2.16)式の微小変化分をとって、

$$\frac{M s^2 + D s}{\omega_0} \Delta \delta = \Delta T_m + \psi_{q0} \Delta I_d + I_{d0} \Delta \psi_q - \psi_{d0} \Delta I_q - I_{q0} \Delta \psi_d \quad (\text{付 3.16})$$

以上の関係式から ΔV_t , $\Delta \delta$, $\Delta \psi_{fd}$, ΔT_m , ΔE_{fd} 以外の変数を消去する。まず(付 3.7), (付 3.8), (付 3.13)式から ΔV_q , $\Delta \psi_d$ を消去して,

$$\Delta I_f - X_d \Delta I_d = -V_b \sin \delta_0 \Delta \delta + X_e \Delta I_d$$

これに(付 3.5)式を代入して ΔI_f を消去すると ΔI_d が次のように求まる。

$$\Delta I_d = \frac{V_b \sin \delta_0}{X_d' + X_e} \Delta \delta + \frac{1}{X_d' + X_e} \Delta \psi_{fd} \quad (\text{付 3.18})$$

(付 3.6), (付 3.9), (付 3.12)式から ΔV_d , $\Delta \psi_q$ を消去して,

$$X_q \Delta I_q = V_b \cos \delta_0 \Delta \delta - X_e \Delta I_q$$

$$\Delta I_q = \frac{V_b \cos \delta_0}{X_q + X_e} \quad (\text{付 3.19})$$

(付 3.7)式に(付 3.15), (付 3.18)式を代入して ΔI_f , ΔI_d を消去すると $\Delta \psi_d$ が求まる。

$$\Delta \psi_d = \frac{-X_d' V_b \sin \delta_0}{X_d' + X_e} \Delta \delta + \frac{X_e}{X_d' + X_e} \Delta \psi_{fd} \quad (\text{付 3.20})$$

(付 3.9)式に(付 3.19)式を代入して ΔI_q を消去すると次のように $\Delta \psi_q$ が求まる。

$$\Delta \psi_q = \frac{-X_q V_b \cos \delta_0}{X_q + X_e} \Delta \delta \quad (\text{付 3.21})$$

(付 2.4'), (付 2.5')式は動作点 (定常状態) では次のようになる。

$$\psi_{d0} = V_{q0} \quad (\text{付 3.22})$$

$$\psi_{q0} = -V_{d0} \quad (\text{付 3.23})$$

(付 3.10), (付 3.11)式は動作点では次のように表現される。

$$I_{d0} = \frac{V_{q0} - V_b \cos \delta_0}{X_e} \quad (\text{付 3.24})$$

$$I_{q0} = \frac{-V_{d0} + V_b \sin \delta_0}{X_e} \quad (\text{付 3.25})$$

(付 3.18)~(付 3.25)式を(付 3.17)式に代入すると次式の形になる。

$$\frac{M s^2 + D s}{\omega_0} \Delta \delta = \Delta T_m - K_1 \Delta \delta + K_2 \Delta \psi_{fd} \quad (\text{付 3.26})$$

ここに

$$\begin{aligned}
K_1 &= \frac{-V_{d0} V_b \sin \delta_0}{X_{d'} + X_e} + \frac{-X_q V_{q0} V_b \cos \delta_0}{X_e (X_q + X_e)} + \frac{X_q V_b^2 \cos^2 \delta_0}{X_e (X_{d'} + X_e)} \\
&\quad + \frac{-V_{q0} V_b \cos \delta_0}{X_q + X_e} + \frac{-X_{d'} V_{q0} V_b \cos \delta_0}{X_e (X_q + X_e)} + \frac{X_{d'} V_b^2 \sin^2 \delta_0}{X_e (X_{d'} + X_e)} \\
&= \frac{V_b \cos \delta_0 \{X_q V_b \cos \delta_0 - (X_q + X_e) V_{q0}\}}{X_e (X_q + X_e)} + \frac{V_b \sin \delta_0 \{X_{d'} V_b \sin \delta_0 - (X_{d'} + X_e) V_{d0}\}}{X_e (X_{d'} + X_e)}
\end{aligned}$$

であり、(付 3.10)、(付 3.11)式から得られる次の関係

$$V_b \sin \delta_0 = V_{d0} + X_e I_{q0}$$

$$V_b \cos \delta_0 = V_{q0} - X_e I_{d0}$$

および

$$E_{q0} = V_{q0} + X_q I_{d0}$$

$$I_{q0} = V_{d0} / X_q$$

なる関係を用いると K_1 は次のように求まる。

$$K_1 = \frac{E_{q0} V_b \cos \delta_0}{X_q + X_e} + \frac{X_q - X_{d'}}{X_q} * \frac{V_{d0} V_b \sin \delta_0}{X_{d'} + X_e} \quad (\text{付 3.27})$$

K_2 は簡単に次のように求まる。

$$K_2 = \frac{V_b \sin \delta_0}{X_{d'} + X_e} \quad (\text{付 3.28})$$

次に(付 3.15)、(付 3.16)式から ΔI_f を消去すると

$$(1 + T_{do}' s) \Delta \psi_{fd} = \Delta E_{fd} - (X_d - X_{d}') \Delta I_d$$

なる関係が得られ、これに(付 3.18)式を代入して ΔI_d を消去すると次の関係式が得られる。

$$\Delta \psi_{fd} = \frac{K_3}{1 + T_{d'} s} \Delta E_{fd} - \frac{K_4}{1 + T_{d'} s} \Delta \delta \quad (\text{付 3.29})$$

ここに

$$T_{d'} = \frac{X_{d'} + X_e}{X_d + X_e} T_{do}' \quad (\text{付 3.30})$$

$$K_3 = \frac{X_{d'} + X_e}{X_d + X_e} \quad (\text{付 3.31})$$

$$K_4 = \frac{X_d - X_{d'}}{X_d + X_e} V_b \sin \delta_0 \quad (\text{付 3.32})$$

である。最後は(付 3.14)式に(付 3.6), (付 3.7)式を代入して

$$\Delta V_t = - \frac{V_{d0}}{V_{t0}} \Delta \psi_q + \frac{V_{d0}}{V_{t0}} \Delta \psi_d \quad (\text{付 3.33})$$

が得られ, これに(付 3.20), (付 3.21)式を代入して $\Delta \psi_q$, $\Delta \psi_d$ を消去すると

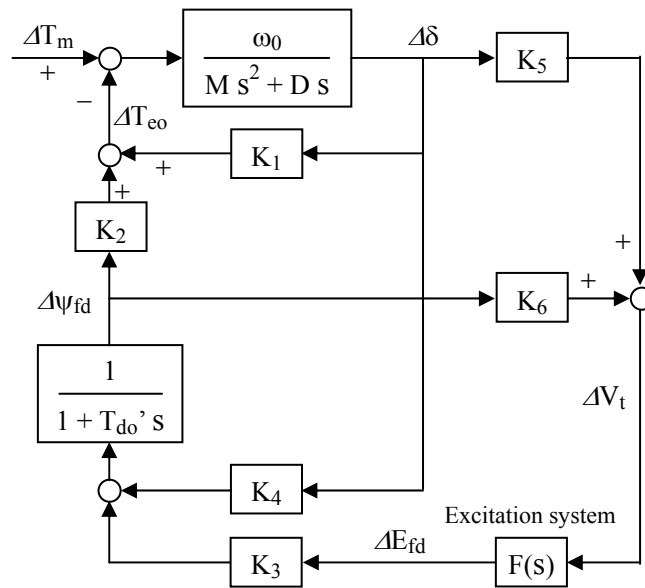
$$\Delta V_t = K_5 \Delta \delta + K_6 \Delta \psi_{fd}$$

と表わされる。ここに

$$K_5 = \frac{V_{d0}}{V_{t0}} * \frac{X_q V_b \cos \delta_0}{X_q + X_e} - \frac{V_{q0}}{V_{t0}} * \frac{X_d' V_b \sin \delta_0}{X_d + X_e} \quad (\text{付 3.34})$$

$$K_6 = \frac{V_{q0}}{V_{t0}} * \frac{X_e}{X_d' + X_e} \quad (\text{付 3.35})$$

である。これで微小変化分 ΔV_t , $\Delta \delta$, $\Delta \psi_{fd}$, ΔT_m , ΔE_{fd} の間の関係が求まり, これをブロック図の形にまとめたのが 付図 3.4 である。



付図 3.4 動作点のまわりに線型化したブロック図

【制動トルク係数】 付図 3.4 において電気出力の変化分のうち制動係数 D の効果を除いた分は

$$\Delta T_{eo} = K_1 \Delta \delta + K_2 \Delta \psi_{fd} = (K_S + jK_D) \Delta \delta$$

と表わすことができる。ここに K_S , K_D は電力動揺の角周波数 ω_s の関数として定まる実数で, K_S を同期化トルク係数, K_D を制動トルク係数とよんでいる。

付図 3.4 より, 機械入力の微小変化 ΔT_m から位相差角の微小変化 $\Delta \delta$ に至る伝達関数は次のように書ける。

$$\Delta\delta = \frac{1}{\{K_S - M \omega_s/\omega_0\} + j \{K_D + D \omega_s/\omega_0\}} \Delta T_m \quad (\text{付 3.36})$$

(付 3.36)式の係数の分母は実部が同期化力，虚部が制動力を表わし，

実部が正 なら 1 波脱調しない 虚部が正 なら 振動発散しない

実部が負 なら 1 波脱調する 虚部が負 なら 振動発散する

ことを意味する。

制動トルク係数 K_D は次のように計算できる。

$$\Delta\psi_{fd} = \frac{K_3 F(s) \{K_5 \Delta\delta + K_6 \Delta\psi_{fd}\} - K_4 \Delta\delta}{1 + T_d' s}$$

$$\therefore \Delta\psi_{fd} = \frac{K_3 F(s) K_5 - K_4}{1 + T_d' s} \Delta\delta \quad (\text{付 3.37})$$

よって

$$K_S + j K_D = K_1 + \frac{K_2 \Delta\psi_{fd}}{\Delta\delta} = K_1 + \frac{K_2 \{K_3 F(s) K_5 - K_4\}}{1 + T_d' s K_3 F(s) K_6} \quad (\text{付 3.38})$$

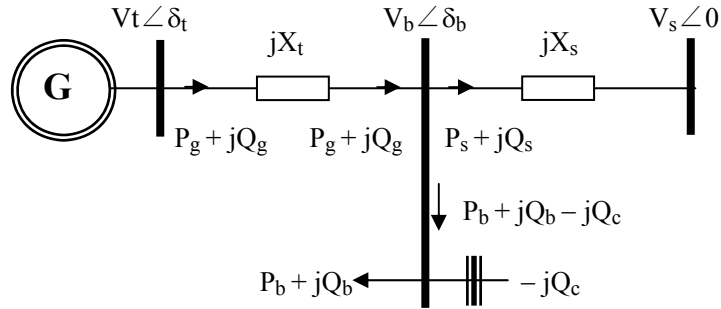
ここで励磁装置の伝達関数を $-F(s) = F_r + jF_i$ また $s = j\omega$ と置き換えると，

$$K_D = K_2 \frac{K_3 K_5 F_r (1 + K_3 K_6 F_r) + (K_3 K_5 F_r + K_4) (\omega T_d' - K_3 F_i)}{(1 + K_3 K_6 F_r) + (\omega T_d' - K_3 F_i)} \quad (\text{付 3.39})$$

となる。

付録4. 一機一負荷無限大母線系統

【微小変化分のブロック図】 付図 4.1 のように、一機無限大母線系統の途中に負荷が接続されている系統を扱う。大抵の部分系統は縮約するとこのような形になる。従って負荷を有する部分系統の動態安定度を扱うには一機一負荷無限大母線系統が最も簡潔な記述になる。重要性を説いた負荷ブランチのインピーダンスは省略しているが、動態安定度は微小変化量の解析ゆえ、負荷分岐点から負荷を見た微小変化量の特性を考えればよい。一機無限大母線系統から 1 負荷が増えただけのことであるが、解析は相当面倒になる。



付図 4.1 一機一負荷無限大母線系統

付図 4.1 の潮流状態は次のようになる。

$$P_g = \frac{V_t V_b \sin(\delta_t - \delta_b)}{X_t}, \quad Q_t = \frac{V_t^2 - V_t V_b \cos(\delta_t - \delta_b)}{X_t}, \quad Q_g = \frac{V_t V_b \cos(\delta_t - \delta_b) - V_b^2}{X_t}$$

$$P_s = \frac{V_b V_s \sin \delta_b}{X_s}, \quad Q_s = \frac{V_b^2 - V_b V_s \cos \delta_b}{X_s}$$

これらの微小変化分については次のようになる。

$$\Delta P_g = P_g \frac{\Delta V_t}{V_t} + P_g \frac{\Delta V_b}{V_b} + \left(Q_g + \frac{V_b^2}{X_t} \right) (\Delta \delta_t - \Delta \delta_b) \quad (\text{付 4.1})$$

$$\Delta Q_t = \left(Q_t + \frac{V_t^2}{X_t} \right) \frac{\Delta V_t}{V_t} + \left(Q_t - \frac{V_t^2}{X_t} \right) \frac{\Delta V_b}{V_b} + P_g (\Delta \delta_t - \Delta \delta_b) \quad (\text{付 4.2})$$

$$\Delta Q_g = \left(Q_g + \frac{V_b^2}{X_t} \right) \frac{\Delta V_t}{V_t} + \left(Q_g - \frac{V_b^2}{X_t} \right) \frac{\Delta V_b}{V_b} - P_g (\Delta \delta_t - \Delta \delta_b) \quad (\text{付 4.3})$$

$$\Delta P_s = P_s \frac{\Delta V_b}{V_b} - \left(Q_s - \frac{V_b^2}{X_s} \right) \Delta \delta_b \quad (\text{付 4.4})$$

$$\Delta Q_s = \left(Q_s + \frac{V_b^2}{X_s} \right) \frac{\Delta V_b}{V_b} + P_s \Delta \delta_b \quad (\text{付 4.5})$$

負荷についての微小変化分は、有効・無効電力および調相設備の電圧特性を α, β, γ とすると、

$$\Delta P_b = \alpha P_b \frac{\Delta V_b}{V_b}, \quad \Delta Q_b = \beta Q_b \frac{\Delta V_b}{V_b}, \quad \Delta Q_c = \gamma Q_c \frac{\Delta V_b}{V_b} \quad (\text{付 4.6})$$

となる。

負荷分岐点において有効・無効電力の微小変化分のバランス条件

$$\Delta P_g = \Delta P_b + \Delta P_s, \quad \Delta Q_g = \Delta Q_b + \Delta Q_c + \Delta Q_s$$

から次の関係式が得られる。

$$\begin{pmatrix} \frac{V_b^2}{X_t} + \frac{V_b^2}{X_s} + Q_g - Q_s & P_s - P_g + \alpha P_b \\ P_s - P_g & \frac{V_b^2}{X_t} + \frac{V_b^2}{X_s} + Q_g - Q_s + \beta Q_b - \gamma Q_c \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Delta \delta_b \\ \frac{\Delta V_b}{V_b} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{V_b^2}{X_t} + Q_g & P_g \\ -P_g & \frac{V_b^2}{X_t} + Q_g \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Delta \delta_t \\ \frac{\Delta V_t}{V_t} \end{pmatrix} \quad (\text{付 4.7})$$

この関係式を用いて 4 個の微小変化分のうち 2 個を消去できる。我々は同期機と無限大母線の間の関係を知りたいのであるから、消去すべきは負荷分岐点の諸量の方である。そこで左側から行列を掛け算して（つまり行のみの演算を行って）左辺の行列を単位行列に変換すると、次のような形になる。これを用いて以後に表れる $\Delta \delta_b$, ΔV_b を消去するのである。

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Delta \delta_b \\ \frac{\Delta V_b}{V_b} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_{13} & A_{14} \\ A_{23} & A_{24} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Delta \delta_t \\ \frac{\Delta V_t}{V_t} \end{pmatrix} \quad (\text{付 4.8})$$

(付 4.8)式を(付 4.1), (付 4.2)式に代入して $\Delta \delta_b$, ΔV_b を消去すると次のようになる。

$$\begin{aligned} \Delta P_g &= \{P_g A_{23} + (\frac{V_t^2}{X_t} - Q_t)(1 - A_{13})\} \Delta \delta_t + \{P_g(1 + A_{24}) - (\frac{V_t^2}{X_t} - Q_t)A_{14}\} \frac{\Delta V_t}{V_t} \\ &= P_{g1} \Delta \delta_t + P_{g2} \frac{\Delta V_t}{V_t} \end{aligned} \quad (\text{付 4.9})$$

$$\begin{aligned} \Delta Q_t &= \{(Q_g - \frac{V_t^2}{X_t})A_{23} + P_g(1 - A_{13})\} \Delta \delta_t + \{Q_t(1 + A_{24}) + (1 - A_{24}) - P_g A_{14}\} \frac{\Delta V_t}{V_t} \\ &= Q_{t1} \Delta \delta_t + Q_{t2} \frac{\Delta V_t}{V_t} \end{aligned} \quad (\text{付 4.10})$$

発電機内部については次のようになる。

$$E_q = \sqrt{\{(V_t + X_q \frac{Q_t}{V_t})^2 + (X_d \frac{Q_t}{V_t})^2\}}$$

$$\sin(\delta - \delta_t) = \frac{X_q P_g}{E_q V_t}$$

$$P_g + j Q_t = (V_d I_d + V_q I_q) + j (V_q I_d + V_d I_q)$$

$$I_d = \frac{P_g \sin(\delta - \delta_t)}{V_t} + \frac{Q_t \cos(\delta - \delta_t)}{V_t}$$

$$I_q = \frac{P_g \cos(\delta - \delta_t)}{V_t} - \frac{Q_t \sin(\delta - \delta_t)}{V_t}$$

$$V_d = X_q I_q$$

$$V_q = \sqrt{(V_t^2 - V_d^2)} = \psi_{fd} - X_d' I_d$$

(付 4.9), (付 4.10)式の係数 P_{g1} , P_{g2} , Q_{t1} , Q_{t2} を用いて I_d , I_q の微小変化分を計算する。

$$\begin{aligned} \Delta I_d &= \frac{P_{g1} \sin(\delta - \delta_t) + Q_{t1} \cos(\delta - \delta_t) - P_g \cos(\delta - \delta_t) + Q_t \sin(\delta - \delta_t)}{V_t} \Delta \delta_t \\ &\quad + \frac{P_{g2} \sin(\delta - \delta_t) + Q_{t2} \cos(\delta - \delta_t) - P_g \sin(\delta - \delta_t) - Q_t \cos(\delta - \delta_t)}{V_t} \frac{\Delta V_t}{V_t} \\ &\quad + \frac{P_g \cos(\delta - \delta_t) - Q_t \sin(\delta - \delta_t)}{V_t} \Delta \delta \\ &= I_{d1} \Delta \delta_t + I_{d2} \frac{\Delta V_t}{V_t} + I_{d3} \Delta \delta \end{aligned} \quad (\text{付 4.11})$$

$$\begin{aligned} \Delta I_q &= \frac{P_{g1} \cos(\delta - \delta_t) - Q_{t1} \sin(\delta - \delta_t) + P_g \sin(\delta - \delta_t) + Q_t \cos(\delta - \delta_t)}{V_t} \Delta \delta_t \\ &\quad + \frac{P_{g2} \cos(\delta - \delta_t) - Q_{t2} \sin(\delta - \delta_t) - P_g \cos(\delta - \delta_t) + Q_t \sin(\delta - \delta_t)}{V_t} \frac{\Delta V_t}{V_t} \\ &\quad + \frac{P_g \sin(\delta - \delta_t) - Q_t \cos(\delta - \delta_t)}{V_t} \Delta \delta \\ &= I_{q1} \Delta \delta_t + I_{q2} \frac{\Delta V_t}{V_t} + I_{q3} \Delta \delta \end{aligned} \quad (\text{付 4.12})$$

次に V_d , V_q の微小変化分を求める。

$$\Delta V_d = X_q \Delta I_q \quad (\text{付 4.13})$$

$$\Delta V_q = \Delta \psi_{fd} - X_d' \Delta I_d \quad (\text{付 4.14})$$

ここまで準備して P_g , Q_t の微小変化分を求める。

$$\Delta P_g = V_d \Delta I_d + V_q \Delta I_q + I_d \Delta V_d + I_q \Delta V_q \quad (\text{付 4.15})$$

$$\Delta Q_t = V_q \Delta I_d - V_d \Delta I_q - I_q \Delta V_d + I_d \Delta V_q \quad (\text{付 4.16})$$

(付 4.15), (付 4.16) 式に (付 4.9)~(付 4.14) 式を代入して整理すれば次の関係式を得る。

$$\begin{pmatrix} B_{11} & B_{12} \\ B_{11} & B_{12} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Delta\delta_t \\ \frac{\Delta V_t}{V_t} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} B_{13} & B_{14} \\ B_{23} & B_{24} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Delta\delta \\ \Delta\psi_{fd} \end{pmatrix} \quad (\text{付 4.17})$$

行列の各要素は次のとおり。

$$B_{11} = P_{g1} - V_d I_{d1} - V_q I_{q1} - I_d X_q I_{q1} + I_q X_d' I_{d1}$$

$$B_{12} = P_{g2} - V_d I_{d2} - V_q I_{q2} - I_d X_q I_{q2} + I_q X_d' I_{d2}$$

$$B_{13} = V_d I_{d3} + V_q I_{q3} + I_d X_q I_{q3} - I_q X_d' I_{d3}$$

$$B_{14} = I_q$$

$$B_{21} = Q_{t1} - V_q I_{d1} + V_d I_{q1} + I_d X_d' I_{d1} + I_q X_q I_{q1}$$

$$B_{22} = Q_{t2} - V_q I_{d2} + V_d I_{q2} + I_d X_d' I_{d2} + I_q X_q I_{q2}$$

$$B_{23} = V_q I_{d3} - V_d I_{q3} - I_d X_d' I_{d3} - I_q X_q I_{q3}$$

$$B_{24} = I_d$$

(付 4.17) 式も左から行列を掛け算して (つまり行だけの演算をして) 左辺を単位行列にでき、次のようになる。行列要素は便宜的に (付 4.17) 式と同じものを使うが、むろん値は異なる。

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Delta\delta_t \\ \frac{\Delta V_t}{V_t} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} B_{13} & B_{14} \\ B_{23} & B_{24} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Delta\delta \\ \Delta\psi_{fd} \end{pmatrix} \quad (\text{付 4.18})$$

(付 4.18)式を(付 4.9)式に代入して次の結果を得る。

$$\begin{aligned} \Delta P_g &= P_{g1} (B_{13} \Delta\delta + B_{14} \frac{\Delta V_t}{V_t}) + P_{g2} (B_{23} \Delta\delta + B_{24} \frac{\Delta V_t}{V_t}) \\ &= K_1 \Delta\delta + K_2 \Delta V_t \end{aligned} \quad (\text{付 4.19})$$

$$\text{ここに} \quad K_1 = P_{g1} B_{13} + P_{g2} B_{23} \quad (\text{付 4.20})$$

$$K_2 = (P_{g1} B_{14} + P_{g2} B_{24}) / V_t \quad (\text{付 4.21})$$

界磁束の最も基本的な記述は次のとおりである。

$$\begin{aligned}
 (1 + T_{do}' s) \Delta\psi_{fd} &= \Delta E_{fd} - (X_d - X_d') \Delta I_d \\
 &= \Delta E_{fd} - (X_d - X_d') \left(I_{d1} \Delta\delta_t + I_{d2} \frac{\Delta V_t}{V_t} + I_{d3} \Delta\delta \right) \\
 &= \Delta E_{fd} - (X_d - X_d') \{ I_{d1} (B_{13} \Delta\delta + B_{14} \Delta\psi_{fd}) + I_{d2} (B_{23} \Delta\delta + B_{24} \Delta\psi_{fd}) + I_{d3} \Delta\delta \}
 \end{aligned}$$

$$\therefore T_{do}' s \Delta\psi_{fd} = \Delta E_{fd} - K_3 \Delta\psi_{fd} - K_4 \Delta\delta \quad (\text{付 4.22})$$

ここに $K_3 = 1 + (X_d - X_d') (I_{d1} B_{14} + I_{d2} B_{24})$ (付 4.23)

$$K_4 = (X_d - X_d') (I_{d1} B_{13} + I_{d2} B_{23} + I_{d3}) \quad (\text{付 4.24})$$

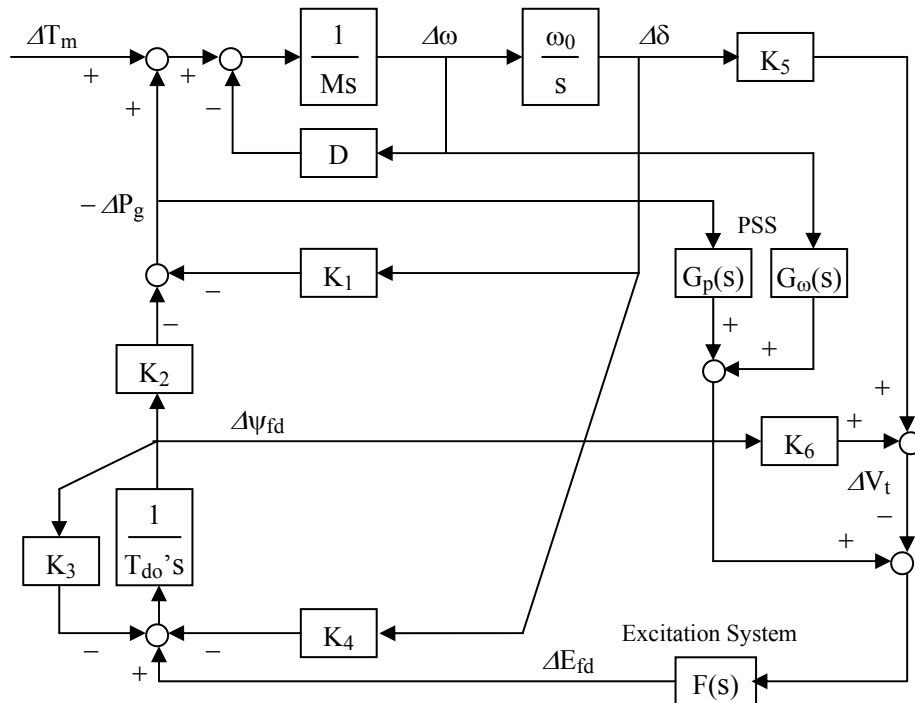
(付 4.18)式から直接次の関係を得る。

$$\Delta V_t = K_5 \Delta\delta + K_6 \Delta\psi_{fd} \quad (\text{付 4.25})$$

ここに $K_5 = V_t B_{23}$ (付 4.26)

$$K_6 = V_t B_{24} \quad (\text{付 4.27})$$

(付 4.19)～(付 4.27)式の関係から次のブロック図が得られる。この図は、 K 係数の値は負荷の影響を受けて変わっているが、先に示した付録 3 の付図 3.4 と同じ構造を持つ。それゆえ de Mello モデルの拡張であると述べた。界磁まわりの表現法が異なっているが、全く等価な表現である。同期機の安定度については本図の方がより根源的な表現である。



付図 4.2 一機一負荷無限大母線系統のブロック図

同期化トルク係数 K_s および制動トルク係数 K_d は次のように求まる。

$$(K_3 + T_{do}' s) \Delta\psi_{fd} = -F(s) (K_5 \Delta\delta + K_6 \Delta\psi_{fd} + G_{pss}(s) \Delta P_g) - K_4 \Delta\delta$$

$$\therefore \Delta\psi_{fd} = \frac{\{-F(s) K_5 - K_4\} \Delta\delta - F(s) G_{pss}(s) \Delta P_g}{K_3 + T_{do}' s + F(s) K_6} \quad (\text{付 4.28})$$

$$\Delta P_g = K_1 \Delta\delta + K_2 \Delta\psi_{fd}$$

$$= \left(K_1 + \frac{K_2 F(s) K_5 - K_2 K_4}{K_3 + T_{do}' s + F(s) K_6} \right) \Delta\delta + \frac{-K_2 F(s) G_{pss}(s)}{K_3 + T_{do}' s + F(s) K_6} \Delta P_g$$

$$\begin{aligned} \therefore \Delta P_g &= \frac{K_1 + \frac{K_2 F(s) K_5 - K_2 K_4}{K_3 + T_{do}' s + F(s) K_6}}{1 + \frac{K_2 F(s) G_{pss}(s)}{K_3 + T_{do}' s + F(s) K_6}} \Delta\delta \\ &= \frac{K_1 \{K_3 + T_{do}' s + F(s) K_6\} - K_2 F(s) K_5 - K_2 K_4}{K_3 + T_{do}' s + F(s) K_6 + K_2 F(s) G_{pss}(s)} \\ &= (K_s + j K_d) \Delta\delta \end{aligned} \quad (\text{付 4.29})$$

であり、これから同期化・制動トルク係数を求めることができる。 $G_{pss}(s)$ は ΔP 型に換算した PSS のゲインである。系全体の ΔT_m から $\Delta\delta$ に至る伝達関数は次のように記述できる。

$$\begin{aligned} \frac{\Delta\delta}{\Delta T_m} &= \frac{\frac{\omega_0}{-\omega^2 M + j \omega D}}{1 + \frac{\omega_0}{-\omega^2 M + j \omega D} (K_s + j K_d)} \\ &= \frac{1}{\left(K_s - \frac{\omega^2 M}{\omega_0} \right) + j \left(K_d + \frac{\omega D}{\omega_0} \right)} \end{aligned} \quad (\text{付 4.30})$$

この部分系統固有の電力動揺の角周波数 ω_s は(付 4.30)式の分母の実部がゼロになるときゆえ

$$\omega_0 K_s - \omega_s^2 M = 0$$

$$\therefore \omega_s = \sqrt{(\omega_0 K_s / M)} \quad (\text{付 4.31})$$

である。任意の角周波数 ω におけるこの部分系統全体の制動トルク係数 K_d' は、(付 4.30)式からわかるように、 K_d に発電機固有の制動トルク係数 $K_{d0} = \omega D / \omega_0$ を加えて

$$K_d'(\omega) = K_d(\omega) + \omega D / \omega_0 \quad (\text{付 4.32})$$

である。

あとがき

古典的手法を少し拡張した解析による結果と、近代的なシミュレーションの結果が、これほど良く一致したのには、著者も正直言って驚いています。近代的なシミュレーションが使えなかったため様々な解析手法を編み出した先人の知恵には敬服するばかりです。古典的解析手法は単に答えを出すだけでなく、物理現象に対する洞察も与えてくれます。極論すれば、シミュレーションは、古典的解析手法を使える人だけに使う資格があります。物理現象への洞察を欠いたシミュレーションは、常に誤りとその看過というリスクを抱えているからです。しかしその重要性にもかかわらず、古典的解析手法は後継者を失いつつあります。仏法ではそういう状況を末法と呼びました。教義が衰え、後継者がいなくなり、経典だけが残る状況です。それが更に悪化すると滅法になり、これは経典さえも散逸した状況です。著者は本書を電力系統技術の末法時代に1つの経典として残したつもりです。

ではなぜこのような重要な技術が減びようとしているのでしょうか。1つの理由は、シミュレーション技術の完成が古典的解析手法の必要性を減じたことでしょうか。理論やその背後の物理的な意味を知らなくても、とにかくシミュレーションで答えが得られさえすれば、誰もがそれを信用してくれるので、難しい理論や物理学は無用です。春秋の筆法を借りれば、シミュレーション技術はそれを創造した技術者を滅ぼした、ということになります。かくて現代は「シミュレーション屋」の全盛時代です。しかし考え直して下さい。シミュレーションはユーザーがデータを与えなければ答えを出しません。ユーザーは必ずしも電力系統の専門家ではなく、シミュレーションというゲームの取扱説明書をマスターしているだけの人で、ゲームというヴァーチャル・リアリティーの世界の住人です。そういうユーザーが電力系統の実態を反映した妥当なモデル、データを用いているという保証が、どこにあるのでしょうか。信用している人は噴火口の上で昼寝をしているのかもしれない。

電力系統は変容しています。今日の正しいモデルも明日は間違いかもしれません。著者は現代が変容の時期と思っています。旧式の火力の廃止と分散型電源、再生可能エネルギーの大量導入がそれです。両者は電力系統の電圧支持能力を減退させ、電圧・同期・動揺安定度を悪化させます。伝統的シミュレーション・モデルはこのリスクを見逃します。そこで著者は新しい、電力系統の実態を反映したモデルを使ってみました。その結果は驚くべきものになりました。また時間的に出力が一定しない再生可能エネルギーの大量普及が電力系統の電圧や周波数の維持を脅かしかねないことは誰もが理解できるのですが、その程度を定量的に把握することがなかなか進まないようなので、仕方なく著者が自ら解明した次第です。内容は逐次、論文発表し、本書の各章に述べましたので、参考にしてください。

自然科学という学問がなぜ大成功を収めたか研究するのが科学哲学です。科学には科学の優れた方法論があります。科学的に行うということは説明責任を果たすということに近いと思います。ところが昨今のわが国では科学者らしき人が非科学的発言をするのが見られます。原子力規制委員会の活断層断定論などが代表で、説明責任を果たしているようには思えません。しかし翻ってわが身を振り返ると、電気事業は RE 連系問題について科学的アプローチをしてきたか、説明責任を果たしてきたかを問うと汗顔の至りということになりはしないでしょうか。その中で著者ひとは科学的であることに徹してきたつもりです。研究成果は査読つき論文として発表してい

ます。これは疑似科学ではないことの有力な証しです。自主出版や技術報告で情報発信すると、その内容は精査されていないため、無用な誤解を招くおそれがあります。影響度の大きい研究成果はぜひとも査読付き論文として出版すべきです。情報の受け手である電力会社の技術者の側も、査読付き論文と自主出版・技術報告の差異を知っておくべきでしょう。

本書で扱った内容は決して高度なものではなく、難解でもありません。普通の研究者なら誰もが思いつく水準のものと思います。ではなぜかくも大勢存在する職業的研究者諸氏が著者より先にこのような結論を導き出していないのか？ という点については著者も長年わからなかったのですが、最近、こういうことではないのかと思うようになりました。つまり、職業的研究者は研究が完成しては困るのです。研究が画期的であればあるほど、周辺も含めて従前の努力を無にすることが多い「破壊的創造」になります。こうなると従前のテーマは終わり、食っていくためには別のテーマに乗り換えなくてはならず、そのためにはかなりの努力を要求されます。職業的研究者の待遇はかつてより悪化し、期限付き雇用が多くなっているようです。テーマが完成したら期限の延長はないかもしれません。ですから同じテーマをなるべく長く引っ張りたいという気持ちも、わからなくはないのですが、それでは国家的損失です。こういう職業的研究者の一種サボタージュを破壊するのは非職業的研究者でしょう。当然、職業的研究者の反発を招きます。本書の内容も少なからず反発を被ったものばかりです。国内では **Giordano Bruno** のように焚書に処せられる運命にあるかもしれません。それを見越して海外で生き延びようよう英文版も作っており、そう遠くはない将来、いずれわが国に必要となったとき逆輸入される可能性、いわば黒船作戦の余地を残しておきたいと思い、引退したら自分のサイトで公開するつもりです。

本書は **Cassandra** の予言です。予言は当たることと信じられることという 2 条件が成立しなければ機能しません。**Cassandra** の予言には後者が欠けています。かくて **Troy** は敗れ、廃墟になってしまいました。でも、**Cassandra** の予言も **Troy** 以外では信じられるかもしれませんし、廃墟になった **Troy** だって、いつの日か **Schliemann** が発掘してくれるかもしれません。この **Cassandra** の予言は、既に米国を先頭に、世界各国で同様なものが現れつつあります。これがいずれ電力系統工学の世界標準になっていくでしょう。そのとき、わが国の職人の名誉のために、焚書の憂き目にあってしまったが、あるいは埋もれてしまっただけで、過去にこのような研究が行われていたのだという証拠を残しておきたい、というのが著者のささやかな願望です。

2014 年 5 月

無名の電気技師 駒見慎太郎